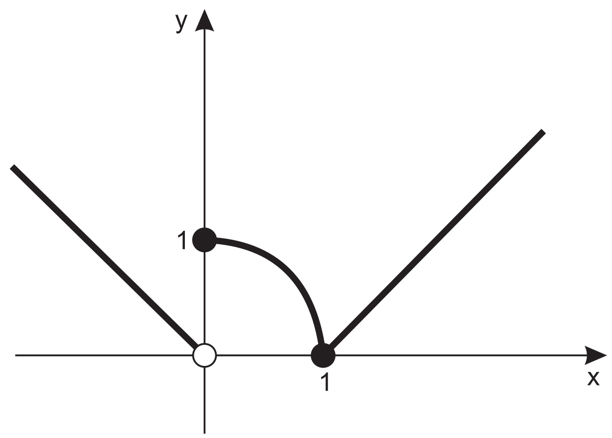
QUESTÃO 16

O gráfico seguinte é da função f(x).



A sentença verdadeira é:

a) $f(1) = 1$;

b) o domínio de f(x) é $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$;

c) o conjunto imagem de f(x) é $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$;

d) f(x) é decrescente para $0 < x < 1$;

e) f(x) é crescente para $x > 0$.

RESOLUÇÃO

a) Falsa, pois $f(1) = 0$

b) Falsa, pois $D(f) = \mathbb{R}$

c) Falsa, pois $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$

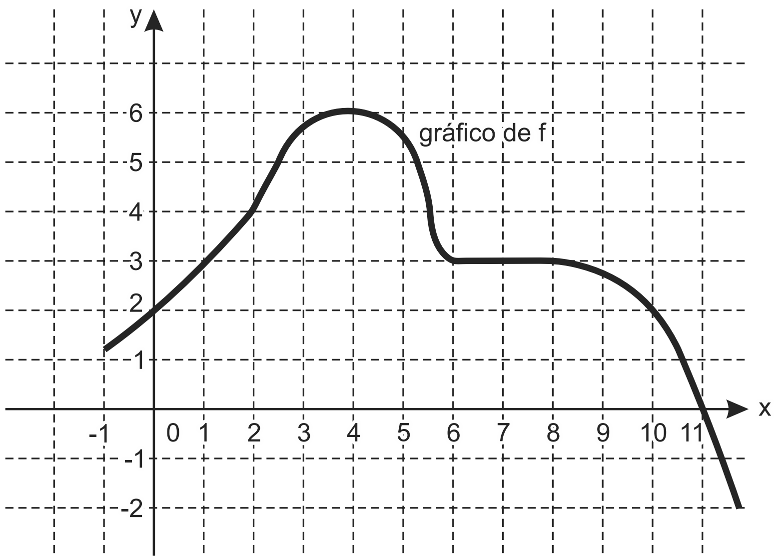
d) Verdadeira

e) Falsa, pois para $0 < x < 1$ f é decrescente

Resposta: D

QUESTÃO 17

Considere o gráfico da função y = f(x) representado abaixo. Indique a alternativa **falsa** em relação a esse gráfico.



a) $f(4) \geq f(x)$ para todo x entre – 1 e 11

b) $f(x) = 3$ para todo x entre 6 e 8

c) $f(5) > f(10)$

d) $f(0) = 11$

e) $f(2) = 4$

RESOLUÇÃO

a) Verdadeira, pois $f(4) = 6$ é o valor máximo da função

b) Verdadeira, pois para $6 < x < 8$ tem-se f(x) constante e igual a 3.

c) Verdadeira, pois $f(5) > 5$ e $f(10) = 2$, logo, $f(5) > f(10)$

d) Falsa, pois $f(0) = 2$

e) Verdadeira, pois para $x = 2 \Rightarrow y = 4$, logo, $f(2) = 4$

Resposta: D

QUESTÃO 18

Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função estritamente crescente e $f(2x - 7) < f(x - 1)$, então:

a) $x < 6$ b) $x > 0$ c) $0 < x < 6$

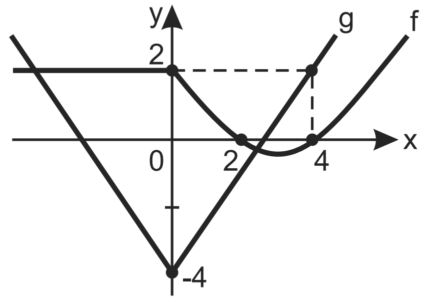
d) $x > -6$ e) $x > 6$

RESOLUÇÃO

Se f é uma função estritamente crescente e
$f(2x - 7) < f(x - 1)$, então $2x - 7 < x - 1 \Leftrightarrow x < 6$
Resposta: A

QUESTÃO 19

Na figura, temos os gráficos das funções **f** e **g**, de ℝ em ℝ. O valor de gof(4) + fog(1) é:



a) 4 b) 3 c) 0 d) – 2 e) – 4

RESOLUÇÃO

Observando os gráficos das funções f e g, temos:

I) f(4) = 0

II) (gof)(4) = g(f(4)) = g(0) = – 4

III) g(1) = a, com a < 0

IV) (fog)(1) = f(g(1)) = f(a) = 2, pois a < 0 e a função f é constante e igual a 2 para todo valor negativo.

Assim, (gof)(4) + (fog)(1) = – 4 + 2 = – 2

Resposta: D

QUESTÃO 20

Sabe-se que o número de bactérias num meio, sob certas condições, duplica a cada 10 minutos.

No instante inicial, o número de bactérias era 5000. Qual a expressão que descreve corretamente como varia o número de bactérias, N, em função do tempo, t, em minutos?

a) $N = 5000 \cdot \frac{2t}{10}$

b) $N = 5000 \cdot 2^{\frac{t}{10}}$

c) $N = 5000 + \frac{2t}{10}$

d) $N = 5000 + \frac{2^t}{10}$

e) $N = 5000 \cdot \frac{2^t}{10}$

RESOLUÇÃO

Se o número de bactérias dobra a cada 10 minutos, tem-se:

I) Número inicial de bactérias: 5000

II) Após 10 . 1 minutos: 5000 . 2^1

III) Após 10 . 2 minutos: 5000 . 2^2

⋮

Assim, após *t* minutos, o número de bactérias é dado por $N = 5000 \cdot 2^{\frac{t}{10}}$

Resposta: B

QUESTÃO 21

A solução do sistema

$$\begin{cases} 3x + 2 < 7 - 2x \\ 48x < 3x + 10 \\ 11 - 2(x - 3) > 1 - 3(x - 5) \end{cases}$$

é o conjunto de todos os números reais **x**, tais que:

a) $-1 < x < 0$

b) $-1 < x < 1$

c) $-1 < x < \frac{2}{9}$

d) $-1 < x < \frac{1}{3}$

e) $-1 < x < \frac{4}{9}$

RESOLUÇÃO

I) $3x + 2 < 7 - 2x \Rightarrow 5x < 5 \Rightarrow x < 1$

II) $48x < 3x + 10 \Rightarrow 45x < 10 \Rightarrow x < \frac{10}{45} \Rightarrow x < \frac{2}{9}$

III) $11 - 2(x - 3) > 1 - 3 \cdot (x - 5) \Rightarrow 11 - 2x + 6 > 1 - 3x + 15 \Rightarrow -2x + 17 > -3x + 16 \Rightarrow x > -1$

De I ∩ II ∩ III, temos: $V = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < \frac{2}{9} \right\}$

Resposta: C

QUESTÃO 22

Dada a inequação

$(x - 2)^8 \cdot (x - 10)^4 \cdot (x + 5)^2 < 0$, o conjunto solução é:

a) $\{ x \in \mathbb{R} \mid x < -5\}$

b) $\{ x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 10\}$

c) $\{ x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 2 \}$

d) $\{ x \in \mathbb{R} \mid -5 < x < 10\}$

e) $\varnothing$

RESOLUÇÃO

Como os expoentes 8, 4 e 2 são pares, temos que $(x - 2)^8$, $(x - 10)^4$ e $(x - 5)^2$ são positivos ou nulos e, portanto, o produto é positivo ou nulo, ou seja

$(x - 2)^8 \cdot (x - 10)^4 \cdot (x + 5)^2 \geq 0, \forall x$

Assim, a equação proposta não tem nenhuma solução e portanto V = Ø

Resposta: E

QUESTÃO 23

Para um certo produto, a função de receita é $R = -x^2 + 10{,}5x$ e a função de custo é $C = x^2 + 0{,}5x + 1$ (x representa a quantidade do produto).

A função de lucro é definida como a diferença entre a receita e o custo. O lucro máximo possível é (em unidades monetárias):

a) 12 b) 11,5 c) 8,5 d) 10,5 e) 14

RESOLUÇÃO

lucro = receita – custo ⇒ lucro = $(-x^2 + 10{,}5x) - (x^2 + 0{,}5x + 1)$ ⇒ lucro = $-2x^2 + 10x - 1$

Como a < 0, a parábola tem concavidade para baixo e o lucro máximo é

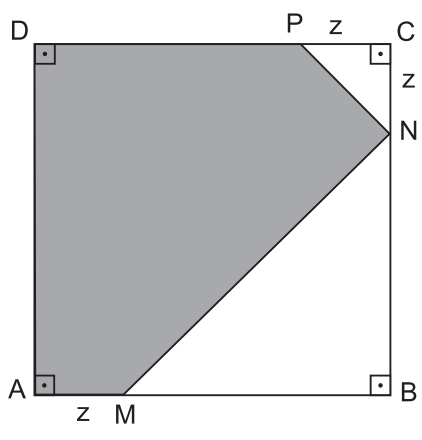
$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-(10^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-1))}{4 \cdot (-2)} = 11{,}5$$

Resposta: B

QUESTÃO 24

No quadrado ABCD, com 6 cm de lado, o valor de z para que a área sombreada seja máxima, será, em centímetros:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5



RESOLUÇÃO

I) Se AB = BC = 6, temos: BM = BN = 6 – z

II) Sejam: A, a área sombreada;

A_1, a área do quadrado ABCD;

A_2, a área do triângulo CPN e

A_3, a área do triângulo BMN, todas em centímetros quadrados, temos:

$$A = A_1 - A_2 - A_3 \Leftrightarrow A = 6^2 - \frac{z \cdot z}{2} - \frac{(6-z).(6-z)}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A = 36 - \frac{z^2}{2} - \frac{(36 - 12z + z^2)}{2} \Leftrightarrow A = \frac{72 - z^2 - 36 + 12z - z^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-2z^2 + 12z + 36}{2} \Leftrightarrow A = -z^2 + 6z + 18$$

III) A área será máxima para $z = x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3$

Resposta: C

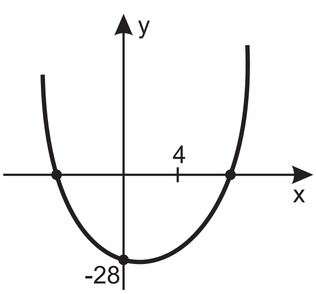
QUESTÃO 25

Na reta real, o número 4 está situado entre as raízes de $f(x) = x^2 + mx - 28$. Nessas condições, os possíveis valores de **m** são tais que:

a) $m < -3$ b) $-3 < m < 3$ c) $m > -3$ d) $m > 3$ e) $m < 3$

RESOLUÇÃO

A função $f(x) = x^2 + mx - 28$ tem o gráfico do tipo

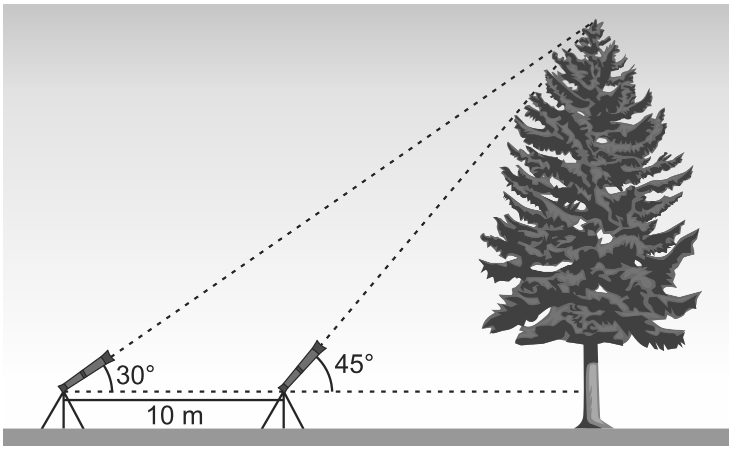


Podemos afirmar que $f(4) < 0 \Rightarrow 4^2 + m \,.\, 4 - 28 < 0 \Leftrightarrow 16 + 4m - 28 < 0 \Leftrightarrow 4m < 12 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow m < 3$

Resposta: E

QUESTÃO 26

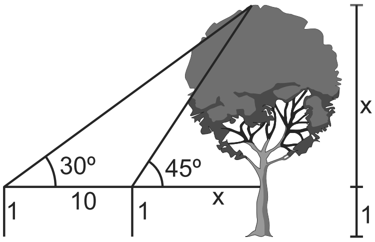
Para medir a altura de uma árvore, da qual não podia aproximar-se, um ambientalista colocou, a certa distância dessa árvore, um cavalete de 1 m de altura e observou seu ponto mais alto, segundo um ângulo de 30°. Aproximando-se mais 10 m, observou o mesmo ponto segundo um ângulo de 45°, conforme a figura a seguir.



Com esse procedimento, o ambientalista obteve como resultado que a altura da árvore era de:

a) $5\sqrt{3} + 15$ b) $5\sqrt{3} + 5$ c) $5\sqrt{3} + 6$ d) $5\sqrt{3} + 16$ e) $3\sqrt{5} + 6$

RESOLUÇÃO



$$\mathbf{tg\ 30° = \frac{x}{10 + x} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{10 + x} \Rightarrow \sqrt{3}\ .\ (10 + x) = 3x \Rightarrow (3 - \sqrt{3})x = 10\sqrt{3} \Rightarrow}$$

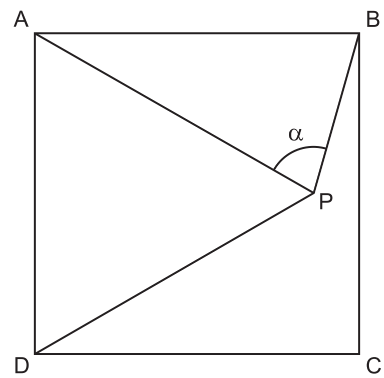
$$\mathbf{\Rightarrow x = \frac{10\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{10\sqrt{3}\ .\ (3 + \sqrt{3})}{9 - 3} \Rightarrow x = \frac{30\sqrt{3} + 30}{6} \Rightarrow}$$

$\Rightarrow x = 5\sqrt{3} + 5$, logo a altura da árvore é $5\sqrt{3} + 6$.

Resposta: C

QUESTÃO 27

Na figura, ABCD é um quadrado e APD é um triângulo equilátero. A medida do ângulo α, em graus, é



a) 65. b) 55. c) 80. d) 60. e) 75.

RESOLUÇÃO

I) O triângulo APB é isósceles, pois AB = AP, então

$A\hat{B}P = A\hat{P}B = \alpha$.

II) $P\hat{A}B = 90° - 60° = 30°$

III) No triângulo APB, temos:

$30° + \alpha + \alpha = 180° \Leftrightarrow 2\alpha = 150° \Leftrightarrow \alpha = 75°$

Resposta: E

QUESTÃO 28

Os pontos (1,2) e (5,10) pertencem ao gráfico de $f(x) = a.b^{\log_2 x}$. O valor de a + b é

a) 3. b) 4. c) 6. d) 8. e) 5.

RESOLUÇÃO

Se os pontos (1, 2) e (5, 10) pertencem ao gráfico de

$f(x) = a \cdot b^{\log_2 x}$, temos:

I) $f(1) = 2 \Rightarrow a \cdot b^{\log_2 1} = 2 \Rightarrow a \cdot b^0 = 2 \Rightarrow a = 2$

II) $f(5) = 10 \Rightarrow 2 \cdot b^{\log_2 5} = 10 \Rightarrow b^{\log_2 5} = 5 \Rightarrow \log_b 5 = \log_2 5 \Leftrightarrow b = 2$

Logo, a + b = 2 + 2 = 4

Resposta: B

QUESTÃO 29

Se (x,y) é a solução do sistema

$$\begin{cases} \dfrac{(\sqrt{3})^x}{3} = 3^y \\ \dfrac{\log(x-1) - \log y}{2} = \log\sqrt{3} \end{cases}$$

o valor de x + y é

a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

RESOLUÇÃO

$$\begin{cases} \dfrac{(\sqrt{3})^x}{3} = 3^y \\ \dfrac{\log(x-1) - \log y}{2} = \log\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^x = 3^y \cdot 3 \\ \log(x-1) - \log y = 2 \cdot \log\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

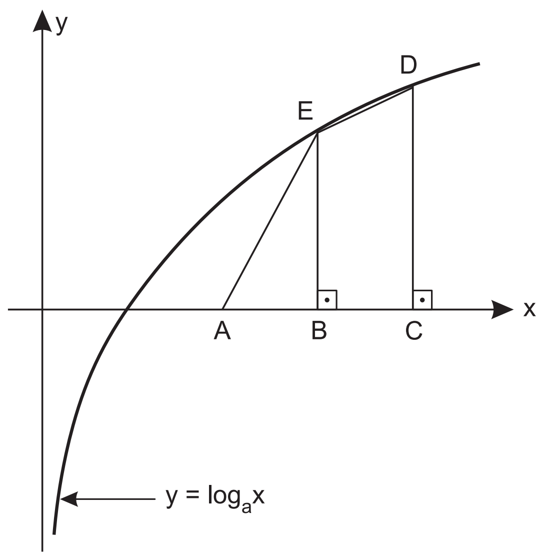
$$\begin{cases} 3^{\frac{x}{2}} = 3^{y+1} \\ \log\left(\dfrac{x-1}{y}\right) = \log(\sqrt{3})^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{2} = y + 1 \\ \dfrac{x-1}{y} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 2 \\ x = 3y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 2 \\ 3y + 1 = 2y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 2 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x + y = 5$$

Resposta: A

QUESTÃO 30

Os pontos D e E pertencem ao gráfico da função $y = \log_a x$, com $a > 1$ (figura abaixo). Suponha que $B = (x,0)$, $C = (x + 1,0)$ e $A = (x – 1, 0)$. Então, o valor de x, para o qual a área do trapézio BCDE é o triplo da área do triângulo ABE , é



a) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

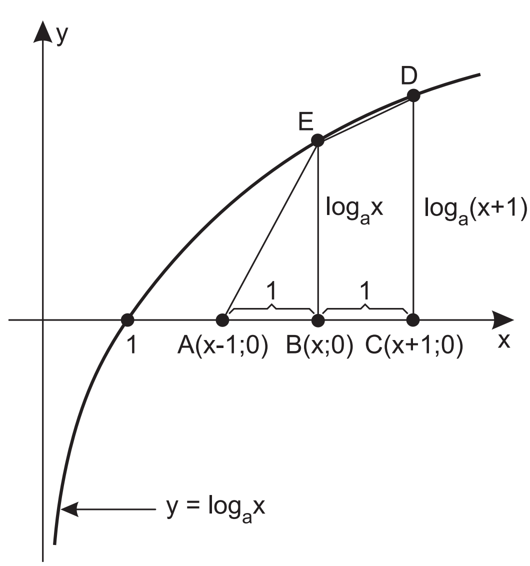
b) $1 + \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

c) $\dfrac{1}{2} + \sqrt{5}$

d) $1 + \sqrt{5}$

e) $\dfrac{1}{2} + 2\sqrt{5}$

RESOLUÇÃO



$$A_{BCDE} = 3\ A_{ABE} \Rightarrow \frac{\log_a x + \log_a(x+1)}{2} \cdot 1 = 3 \cdot \frac{1 \cdot \log_a x}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_a x(x+1) = \log_a x^3 \Leftrightarrow x^2 + x = x^3 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \text{ pois } x > 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Observação: Se $x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$, então

$x - 1 = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} < 1$. Assim, o ponto A encontra-se à esquerda do ponto de abscissa 1.

Resposta: A