Nome: ______________________________ Nº: __________

Endereço: ______________________________ Data: __________

Telefone: __________ *E-mail:* ______________________________

Colégio OBJETIVO

PARA QUEM CURSA O 7º ANO EM 2014

Disciplina:	Prova:	NOTA:
MATEMÁTICA	**DESAFIO**	

QUESTÃO 16

(OBMEP-adaptada) – Simão precisa descobrir um número que é o código da Arca do Tesouro que está escondido na tabela.

5	9	4	9	4	1
6	3	7	3	4	8
8	2	4	2	5	5
7	4	5	7	5	2
2	7	6	1	2	8
5	2	3	6	7	1

Para descobrir o código, ele tem que formar grupos de 3 algarismos que estão em casas sucessivas, na horizontal ou na vertical, cuja soma é 14.

O código é a soma dos números que não participaram de nenhum dos grupos.

Qual é esse código?

a) 27 b) 29 c) 31 d) 28 e) 30

RESOLUÇÃO

Nas duas tabelas abaixo, mostramos unicamente os números cuja soma de três consecutivos é 14.

			9	4	1
		7	3	4	
8	2	4			
			7	5	2
	7	6	1		
			6	7	1

Horizontal

	9		9		1
	3		3	4	8
	2		2	5	5
7		5	7	5	
2		6	1	2	
5		3	6	7	

Vertical

Assim, os números que não participam de nenhum grupo são os da tabela:

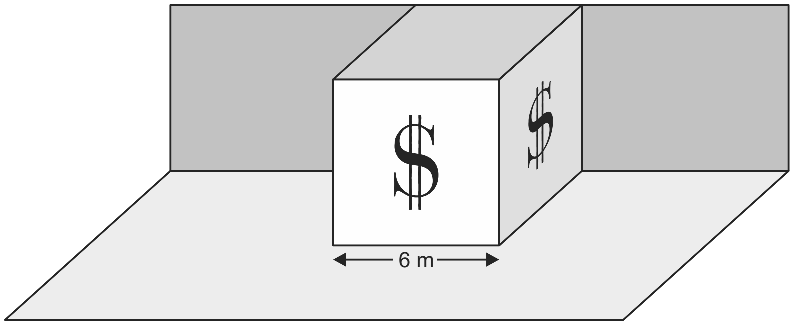
5		4			
6					
	4				
					8
	2				

O código é a soma desses números, ou seja, 5 + 4 + 6 + 4 + 2 + 8 = 29.

Resposta: B

QUESTÃO 17

Nas histórias em quadrinhos, há um velho rico e sovina que tem um enorme cofre de forma cúbica que está preso a uma parede e ao solo.



O velho contratou seus sobrinhos para pintar toda a superfície externa do cofre. Se cada lata de tinta permite pintar $20m^2$ de superfície, qual o número mínimo de latas a ser comprado?

a) 12 b) 10 c) 8 d) 7 e) 6

RESOLUÇÃO

É possível pintar apenas 4 superfícies do cofre. Cada superfície mede 6m de comprimento e 6m de altura e cada face tem 6m . 6m = $36m^2$.

As quatro faces juntas têm área de $36m^2 \cdot 4 = 144m^2$ (superfície a ser pintada).

Se cada lata cobre $20m^2$, então $144m^2 : 20m^2$/lata = 7,2 latas.

Assim, deverão ser compradas 8 latas.

Resposta: C

QUESTÃO 18

(OBMEP-adaptada) – Quantas frações irredutíveis menores do que 1 existem tais que o numerador e o denominador são números naturais de um algarismo?

a) 36 b) 30 c) 28 d) 27 e) 25

RESOLUÇÃO

Para que uma fração seja menor do que 1, o numerador tem que ser menor do que o denominador. As frações são:

Com denominador 1, não existe nenhuma.

Com denominador 2, só existe a fração: $\frac{1}{2}$.

Com denominador 3, existem as frações: $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$.

Com denominador 4, existem as frações: $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4}$.

Porém, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ já foi contada.

Com denominador 5, existem as frações: $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{5}$.

Com denominador 6, existem as frações: $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$ e $\frac{5}{6}$.

Porém, $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ já foi contada.

$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ já foi contada.

$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ já foi contada.

Com denominador 7, existem as frações: $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$ e $\frac{6}{7}$.

Com denominador 8, existem as frações: $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{6}{8}$ e $\frac{7}{8}$.

Porém, $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ já foi contada.

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ já foi contada.

$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ já foi contada.

Com denominador 9, existem as frações: $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{7}{9}$ e $\frac{8}{9}$.

Porém, $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ já foi contada.

$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ já foi contada.

Assim, as frações procuradas são: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{9}$ e $\frac{8}{9}$, totalizando 27 frações.

Resposta: D

QUESTÃO 19

Wagner tem 15 moedas, algumas de 25 centavos e outras de 10 centavos, no valor total de 2 reais e 70 centavos. Se x é o número de moedas de 25 centavos que ele tem, qual das equações abaixo permite obter esse número?

a) $5x + 10(15 - x) = 27$ b) $x + (15 - x) = 27$ c) $25x + 10(15 - x) = 270$
d) $5x + 10(15 - x) = 54$ e) $5x + 2(15 - x) = 135$

RESOLUÇÃO

Se Wagner tem x moedas de 25 centavos e 15 moedas no total, concluímos que 15 – x moedas são de 10 centavos. Assim, o valor que ele possui é de 25x + 10(15 – x). Além disso, 2 reais e 70 centavos equivalem a 270 centavos. A equação que permite obter o valor correto de x é 25x + 10(15 – x) = 270.

Resposta: C

QUESTÃO 20

Uma tabela com igual número de linhas e colunas é chamada de "Quadrado Mágico", quando a soma dos elementos de cada linha, cada coluna e cada diagonal é sempre a mesma. Na figura I, temos um "Quadrado Mágico", pois a soma dos elementos de cada linha, coluna ou diagonal é, nesse caso, sempre igual a 15. Se na figura II também tivermos um "Quadrado Mágico", o valor de (x + y) z será:

Figura I

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Figura II

x	3	10
9	y	5
4	11	z

a) 90 b) 85 c) 80 d) 75 e) 70

RESOLUÇÃO

Soma na 1ª linha: $x + 3 + 10 = x + y + z$ (I)

Soma na 2ª linha: $9 + y + 5 = x + y + z$ (II)

Soma na 3ª linha: $4 + 11 + z = x + y + z$ (III)

Das equações (I), (II) e (III), tem-se:

$$\begin{cases} y + z = 13 \\ x + z = 14 \\ x + y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 42 \\ x + z = 14 \\ x + y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 21 \\ x + z = 14 \\ x + y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15 + z = 21 \\ x + z = 14 \\ x + y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 6 \\ x = 8 \\ y = 7 \end{cases}$$

Assim: $(x + y) \cdot z = (8 + 7) \cdot 6 = 90$

Resposta: A

QUESTÃO 21

Considerando os números 418, 244, 816, 426 e 24, qual operação devemos fazer com todos os 5 números para obter 5 novos números que tenham pelo menos um algarismo 2?

a) Dividir por 2. b) Somar 4. c) Dividir por 6.
d) Subtrair 5. e) Multiplicar por 3.

RESOLUÇÃO

Analisando cada uma das situações propostas, teremos em relação aos 5 números os seguintes resultados:

	Números				
	418	**244**	**816**	**426**	**24**
a) Dividir por 2	$\underline{2}09$	$1\underline{2}\underline{2}$	408	$\underline{2}13$	$1\underline{2}$
b) Somar 4	$4\underline{2}\underline{2}$	$\underline{2}48$	$8\underline{2}0$	430	$\underline{2}8$
c) Dividir por 6	69,7	40,7	136	71	4
d) Subtrair 5	413	$\underline{2}39$	811	$4\underline{2}1$	19
e) Multiplicar por 3	$1\underline{2}54$	$73\underline{2}$	$\underline{2}448$	$1\underline{2}78$	$7\underline{2}$

Depois de efetuarmos as operações indicadas, a única alternativa em que todos os resultados apresentam números contendo o algarismo 2 é a alternativa *e*.

Resposta: E

QUESTÃO 22

No meio da madrugada, Joãozinho acordou com a festinha dos gatos dos vizinhos no seu quintal. Após uma contagem demorada, ele verificou que havia mais que 23 gatos e que exatamente 95% deles eram pardos. O número mínimo de gatos presentes nessa ocasião foi:

a) 36 b) 40 c) 48 d) 50 e) 60

RESOLUÇÃO

Observe que 95% $= \dfrac{95}{100} = \dfrac{19}{20} = \dfrac{38}{40} = \ldots$

Se existissem 20 gatos, 19 seriam pardos.
Se existissem 40 gatos, 38 seriam pardos.
Se existissem 60 gatos, 57 seriam pardos.
Assim, para existirem mais que 23 gatos, a quantidade mínima de gatos é 40.

Resposta: B

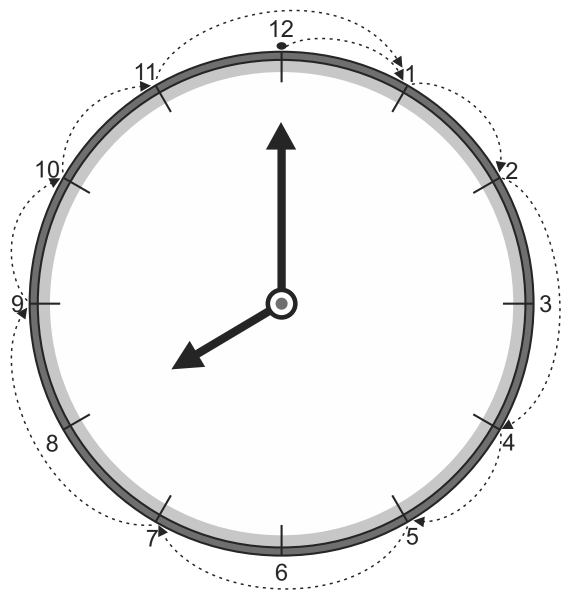
QUESTÃO 23

(FGV-2014) – Uma pulga com algum conhecimento matemático brinca, pulando sobre as doze marcas correspondentes aos números das horas de um relógio. Quando ela está sobre uma marca correspondente a um número não primo, ela pula para a primeira marca a seguir, no sentido horário. Quando ela está sobre a marca de um número primo, ela pula para a segunda marca a seguir, sempre no sentido horário.

Se a pulga começa na marca do número 12, em que número estará após o 2014º pulo?

a) 3 b) 5 c) 6 d) 9 e) 11

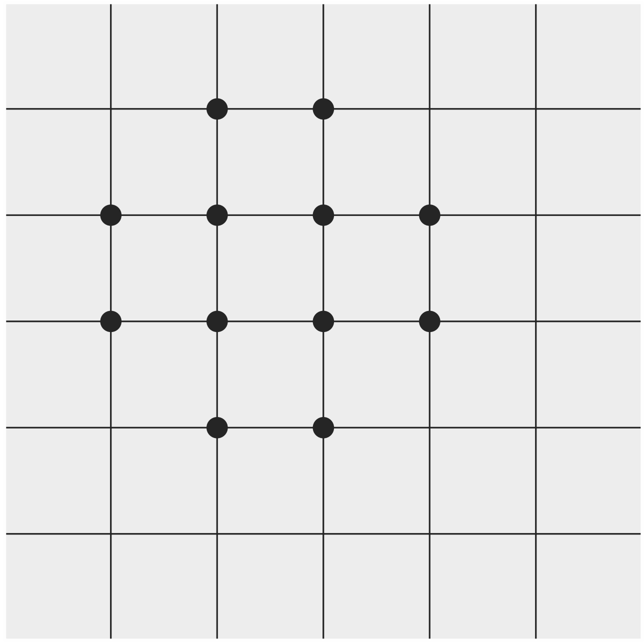
RESOLUÇÃO



Entre os números do marcador do relógio, são primos os números 2, 3, 5, 7 e 11.
Começando no número 12, a pulga anda:
12 → 1 → 2 → 4 → 5 → 7 → 9 → 10 → 11 → 1 → 2 → 4 → 5 → 7 → 9 → 10 → 11 → 1 ...
Observe que, no primeiro pulo, ela vai do 12 para o 1 e não retorna mais ao número 12.
A cada 8 pulos, ela retorna ao número 1. Descontado o pulo inicial, restam 2013 pulos.
Como 2013 = 251 x 8 + 5, basta ver onde ela estará 5 pulos após o 1. Neste caso, no número 9.
Resposta: D

QUESTÃO 24

Doze pontos estão marcados numa folha de papel quadriculado, como na figura abaixo:

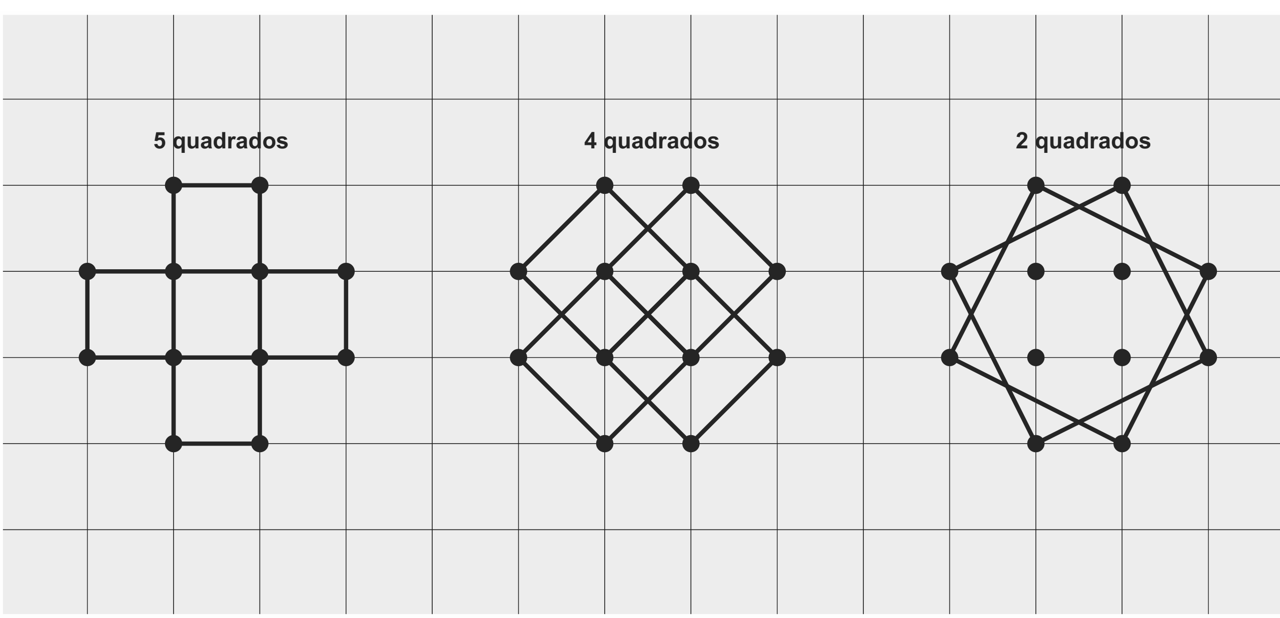


O número máximo de quadrados que podem ser formados com vértices em quatro desses pontos é:

a) 8 b) 9 c) 10 d) 11 e) 12

RESOLUÇÃO

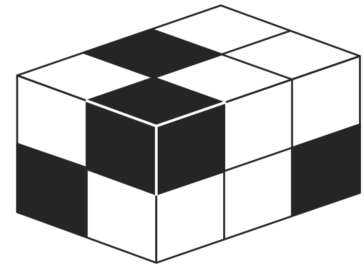
No total, temos 11 quadrados.

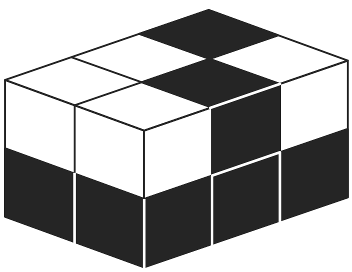


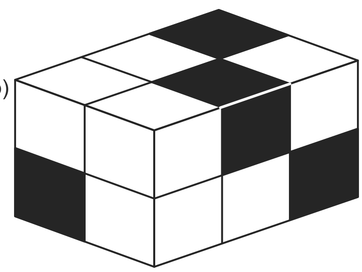
Resposta: D

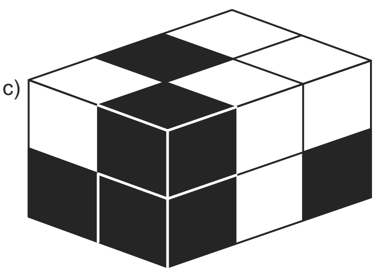
QUESTÃO 25

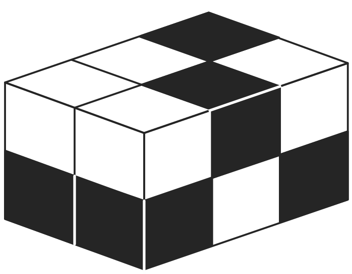
(OBM-2014) – A figura à direita mostra um bloco retangular montado com seis cubinhos pretos e seis cubinhos brancos, todos de mesmo tamanho. Qual das figuras abaixo mostra o mesmo bloco visto por trás?

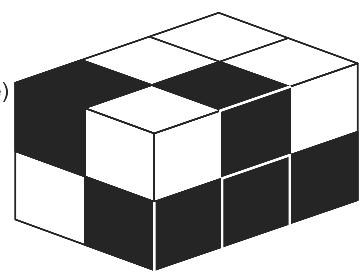


a) 

b) 

c) 

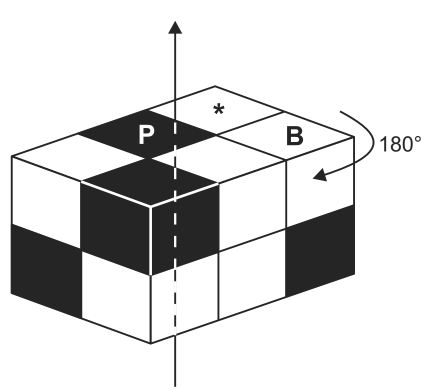
d) 

e) 

RESOLUÇÃO

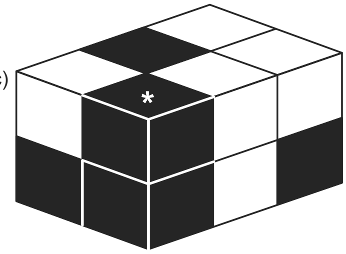
Para enxergarmos o bloco por trás, devemos imaginá-lo girando 180° em torno de seu eixo vertical.

Inicialmente, vamos olhar para o cubinho branco marcado com um * na figura na posição inicial.



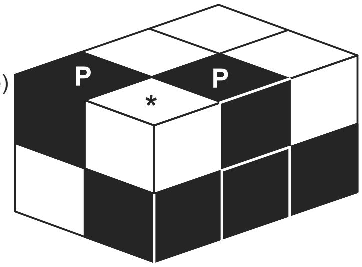
Isso nos permite excluir a alternativa *c*, pois esse cubinho é preto nessa figura.

c)



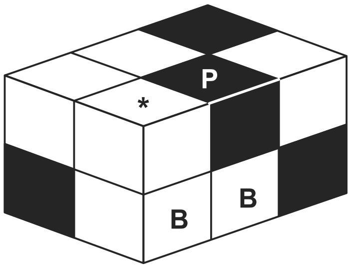
E veja que os vizinhos na face superior do cubinho marcado com * são um branco e um preto. Com isso, vamos excluir agora a alternativa *e*, em que o bloco marcado com * está entre dois blocos pretos.

e)

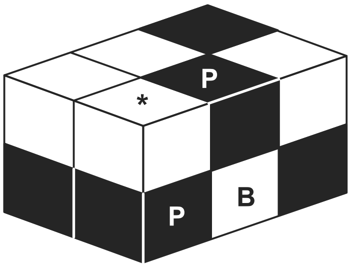


Note que na figura inicial podemos ver dez cubinhos, sendo seis brancos e quatro pretos. Portanto, os únicos dois que não vemos são pretos e eles estão embaixo dos cubinhos marcados com * e P na figura inicial. Podemos, portanto, excluir as alternativas *b* e *d*.

b)



d)



A figura que mostra o bloco visto por trás é mostrada na alternativa *a*.

Resposta: A

QUESTÃO 26

(FATEC-2014) – Observe a tabela referente à oferta interna de energia a partir de fontes renováveis, no Brasil, em 2011/2012.

	Energia (em Mtep*)	
Fontes Renováveis	**2012**	**2011**
Energia hidráulica e eletricidade	39,2	39,9
Biomassa da cana	43,6	42,8
Lenha e carvão vegetal	25,7	26,0
Outras	11,8	11,1

*Milhões de toneladas equivalentes de petróleo (https://ben.epe.gov.br/BENRelatorioSintese2013.aspx. Acesso em: 8 mar. 2014)

Com base nos dados apresentados, podemos afirmar corretamente que, de 2011 a 2012 em relação à oferta total de energia a partir de fontes renováveis, houve variação de

a) 0,3 Mtep.
b) 0,5 Mtep.
c) 0,6 Mtep.
d) 0,8 Mtep.
e) 0,9 Mtep.

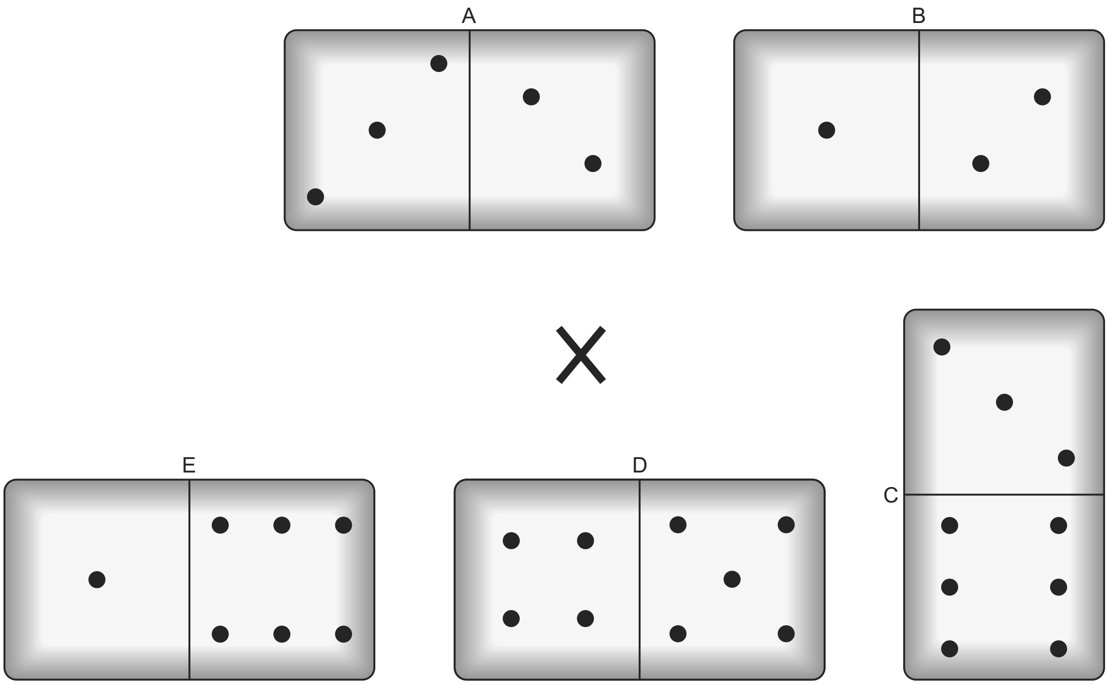
RESOLUÇÃO

	Energia (em Mtep*)	
Fontes Renováveis	**2012**	**2011**
Energia hidráulica e eletricidade	**39,2**	**39,9**
Biomassa da cana	**43,6**	**42,8**
Lenha e carvão vegetal	**25,7**	**26,0**
Outras	**11,8**	**11,1**
Total	**120,3**	**119,8**

Houve uma diminuição de (120,3 – 119,8) Mtep = 0,5 Mtep.
Resposta: B

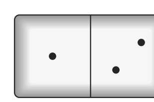
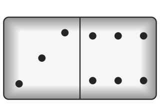
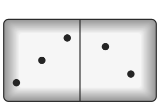
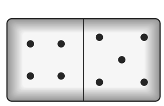
QUESTÃO 27

(OBMEP-adaptada) – Juliana representou uma multiplicação com 5 dominós. Seu irmão Bruno trocou dois dominós de posição e agora a multiplicação ficou errada. A figura seguinte representa a multiplicação 3212 X 3 = 16456 errada. Quais dominós devem ser trocados para que a multiplicação de Juliana fique correta?

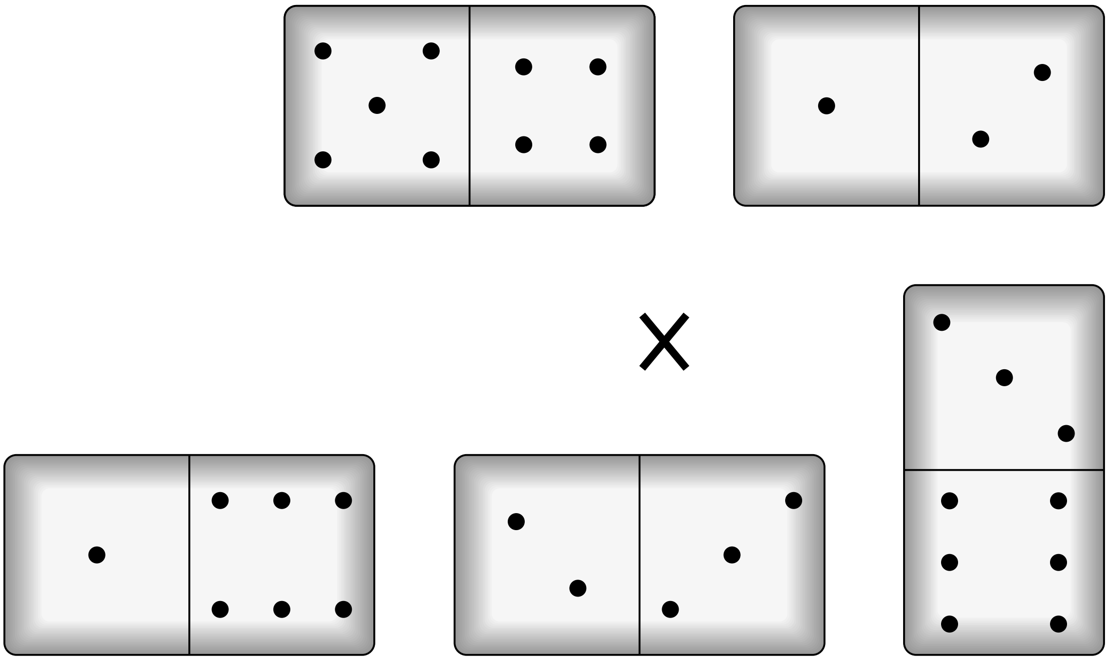


a) B e D b) C e E c) A e C d) B e E e) A e D

RESOLUÇÃO

Dado que 2 . 3 = 6, vamos supor por enquanto que os dominós  **e**  **estejam na posição certa. Caso isso seja verdade, dado que 1 . 3 = 3, temos que o algarismo na dezena do resultado é três, logo temos que trocar o dominó**  **pelo dominó**  **, de tal forma que o 3 fique na dezena. Desta forma, teremos um 2 na centena do resultado, então na centena do primeiro número, temos que ter um 4.**

Assim, o produto certo fica da forma:



$$\begin{array}{r} 5412 \\ \times\ 3 \\ \hline 16236 \end{array}$$

Resposta: E

QUESTÃO 28

(INSPER-2014) – Carlos deseja sacar num caixa eletrônico uma quantia entre R$ 51,00 e R$ 99,00. O caixa dispõe de notas de R$ 5,00, R$ 10,00 e R$ 20,00, e sempre fornece o menor número de cédulas que compõe o valor solicitado. Dentre os valores que Carlos está disposto a sacar, apenas alguns serão feitos com exatamente 5 cédulas. A soma desses valores é:

a) R$ 75,00 b) R$ 160,00 c) R$ 250,00
d) R$ 300,00 e) R$ 350,00

RESOLUÇÃO

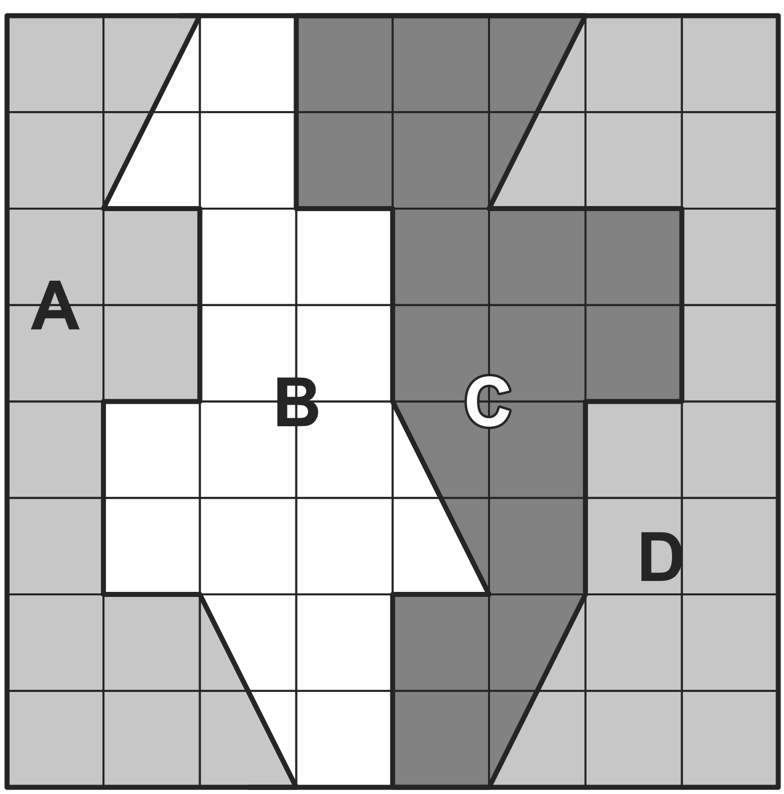
Se Carlos retira valores em notas de R$ 5,00, R$ 10,00 e R$ 20,00, o valor retirado é sempre múltiplo de R$ 5,00. A tabela a seguir mostra, em reais, como o caixa eletrônico fornece os múltiplos de R$ 5,00 compreendidos entre R$ 51,00 e R$ 99,00, lembrando que o caixa sempre fornece a menor quantidade de notas.

Valor solicitado	O caixa fornece	Quantidade de notas
55,00	**2 notas de 20,00, 1 nota de 10,00 e 1 nota de 5,00**	**4**
60,00	**3 notas de 20,00**	**3**
65,00	**3 notas de 20,00 e 1 nota de 5,00**	**4**
70,00	**3 notas de 20,00 e 1 nota de 10,00**	**4**
75,00	**3 notas de 20,00, 1 nota de 10,00 e 1 nota de 5,00**	**5**
80,00	**4 notas de 20,00**	**4**
85,00	**4 notas de 20,00 e 1 nota de 5,00**	**5**
90,00	**4 notas de 20,00 e 1 nota de 10,00**	**5**
95,00	**4 notas de 20,00, 1 nota de 10,00 e 1 nota de 5,00**	**6**

Com exatamente *cinco* notas, Carlos pode retirar R$ 75,00, R$ 85,00 ou R$ 90,00, valores cuja soma é R$ 250,00.
Resposta: C

QUESTÃO 29

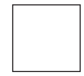
O quadrado abaixo foi repartido em quatro regiões, representadas pelas letras A, B, C e D.

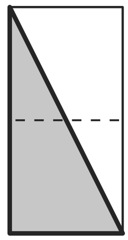


Duas delas têm a mesma área. Quais?

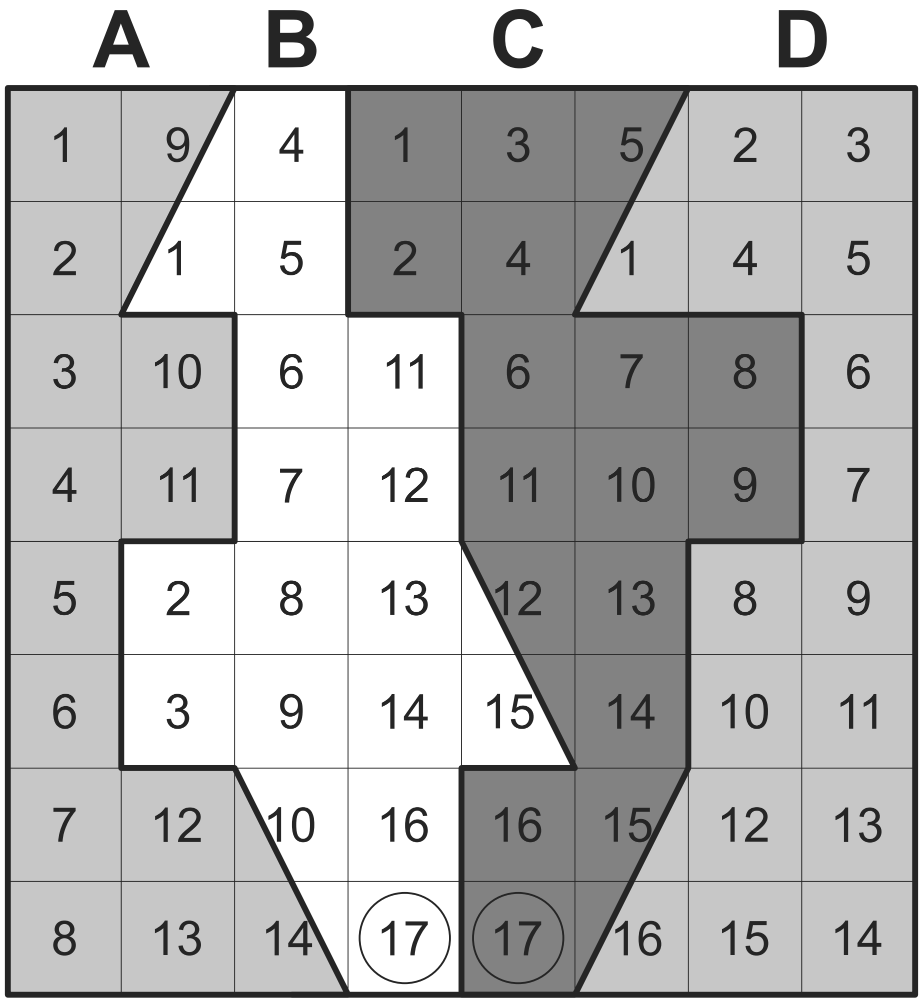
a) A e B b) A e C c) A e D d) B e C e) B e D

RESOLUÇÃO

Supondo que cada quadradinho do tipo  **tenha 1 unidade de área, então cada**

área do tipo  **também tem 1 unidade de área.**

As áreas das regiões A, B, C e D, em unidades de área, são respectivamente 14, 17, 17 e 16, conforme a figura. As regiões que apresentam a mesma área são B e C.



Resposta: D

QUESTÃO 30

(PUC-2014) – Suponha que a professora Dona Marocas tenha pedido a seus alunos que efetuassem as quatro operações mostradas na tira abaixo e, em seguida, que calculassem o produto P dos resultados obtidos.

(O Estado de S. Paulo. Caderno 2. C5-27/03/2014)

Observando que, bancando o esperto, Chico Bento tentava "colar" os resultados de seus colegas, Dona Marocas resolveu aplicar-lhe um "corretivo": ele deveria, além de obter P, calcular o número de divisores positivos de P. Assim sendo, se Chico Bento obtivesse corretamente tal número, seu valor seria igual a:

a) 32 b) 45 c) 160 d) 180 e) 240

RESOLUÇÃO

O produto P obtido é tal que:

$P = 16 . 41 . 54 . 120 = 2^4 . 41 . 2 . 3^3 . 2^3 . 3 . 5 \Leftrightarrow P = 2^8 . 3^4 . 5^1 . 41^1$

O número de divisores positivos de P é (8 + 1) . (4 + 1) . (1 + 1) . (1 + 1) = 180.

Resposta: D