Nome: ____________________ Nº: ________

Endereço: ____________________ Data: ________

Telefone: ____________ *E-mail:* ____________________

PARA QUEM CURSA O 9º ANO EM 2014

Colégio OBJETIVO

Disciplina: MATEMÁTICA	Prova: DESAFIO	NOTA:

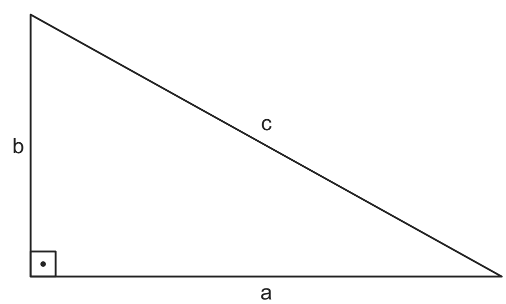
QUESTÃO 16

A **soma** das medidas dos catetos de um triângulo retângulo é 28cm e a **diferença** é 4cm. O perímetro desse triângulo é

a) 48cm. b) 40cm. c) 32cm. d) 28cm. e) 24cm.

RESOLUÇÃO

Se *a* e *b* forem os catetos do triângulo retângulo, com a > b, e c a hipotenusa, então:



$$\begin{cases} a + b = 28 \\ a - b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 28 \\ 2a = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 28 \\ a = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 12 \end{cases}$$

Pelo teorema de Pitágoras, temos:

$c^2 = 16^2 + 12^2 \Leftrightarrow c^2 = 400 \Leftrightarrow c = 20$.

O perímetro do triângulo é 12 + 16 + 20 = 48.

Resposta: A

QUESTÃO 17

O valor da expressão numérica $27^{\frac{2}{3}} + 16^{0,25}$ é igual a um número:

a) par b) ímpar, não primo c) quadrado perfeito

d) ímpar e primo e) par e primo

RESOLUÇÃO

Se $27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{3\,.\,2}{3}} = 3^2 = 9$ e $16^{0,25} = (2^4)^{0,25} = 2^{4\,.\,0,25} = 2^1 = 2$, então

$27^{\frac{2}{3}} + 16^{0,25} = 9 + 2 = 11$ que é ímpar e primo.

Resposta: D

QUESTÃO 18

Se **p** é uma constante e $x \neq \pm p$, o valor de **x** na equação:

$$\frac{5}{x-p} - \frac{4}{x+p} = \frac{11p}{x^2-p^2} \text{ é:}$$

a) – 11p b) – 2p c) 2p d) 11p e) 12p

RESOLUÇÃO

$$\frac{5}{x-p} - \frac{4}{x+p} = \frac{11p}{x^2-p^2} \Leftrightarrow \frac{5}{x-p} - \frac{4}{x+p} = \frac{11p}{(x+p)\,(x-p)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5\,(x+p) - 4\,(x-p)}{(x+p)\,(x-p)} = \frac{11p}{(x+p)\,(x-p)} \Leftrightarrow 5x + 5p - 4x + 4p = 11p \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + 9p = 11p \Leftrightarrow x = 2p$$

Resposta: C

QUESTÃO 19

No último dia 12 de junho, a seleção brasileira de futebol jogou contra a Croácia, na cidade de São Paulo, em partida inaugural da Copa do Mundo de 2014. A próxima partida da seleção brasileira está prevista para o dia 17 de junho, em Fortaleza, no Ceará.

Num mapa, na escala de 1 :25 000 000, a distância aproximada (em linha reta) entre São Paulo e Fortaleza é de 10 cm.

Um torcedor da seleção brasileira, que assistiu à partida do Brasil em São Paulo, pretende também assistir ao outro jogo dessa equipe em Fortaleza. A distância, em linha reta, que ele terá de percorrer entre as cidades de São Paulo e Fortaleza será, em quilômetros, de

a) 5000. b) 2500. c) 1 000. d) 500. e) 250.

RESOLUÇÃO

A distância, em linha reta, que ele terá que percorrer será:

25 000 000 . 10 cm = 250 000 000 cm = 2 500 km

Resposta: B

QUESTÃO 20

A Sabesp lançou um incentivo econômico para estimular moradores da Grande São Paulo a reduzir o consumo de água. Essa medida foi adotada por causa do calor recorde e da inédita falta de chuvas no Sistema Cantareira, que atingiu o nível crítico no início de 2014. Teve direito a um desconto de 30% na conta o consumidor que reduziu o consumo de água em pelo menos 20%, em relação ao consumo médio mensal de um período de 12 meses: de fevereiro de 2013 a janeiro de 2014.

Considere a seguinte situação:

- o consumo médio mensal de água em uma casa foi de 30 m^3 de fevereiro de 2013 a janeiro de 2014;
- nessa casa, em fevereiro de 2014, o consumo de água foi reduzido em 20%, em relação ao consumo médio mensal acima;
- o valor da conta de água dessa casa, referente ao mês de fevereiro de 2014, foi de R$ 30,00.

Com base nessas informações, podemos afirmar corretamente que o consumo de água, em metros cúbicos, e o valor aproximado do desconto, em reais, referentes ao mês de fevereiro de 2014 para essa casa foram, respectivamente, de

a) 12 e 42,85.
b) 12 e 12,85.
c) 24 e 12,85.
d) 24 e 17,25.
e) 24 e 42,85.

RESOLUÇÃO

I) O consumo de água, em metros cúbicos, foi
80% . 30 = 0,8 . 30 = 24

II) Se C em reais for o valor da conta sem desconto, então
70% . C = 30 ⇔ C = 42,85

III) O valor do desconto, em reais, foi
42,85 – 30 = 12,85

Resposta: C

QUESTÃO 21

Numa sala completa, quando a professora perguntou se os alunos tinham estudado para a prova, vários alunos disseram que sim e os 15 restantes disseram que não. Quem não estuda sempre mente, quem estuda às vezes mente, às vezes diz a verdade. Se 23 alunos estudaram para a prova e 32 mentiram, quantos alunos tem a sala?

a) 38 b) 40 c) 42 d) 44 e) 55

RESOLUÇÃO

Como quem não estudou sempre mente e diz que estudou, sabemos que todos que disseram que <u>não estudaram</u> estavam mentindo e na verdade estudaram. Dessa forma, 15 alunos estudaram e falaram mentira. Como 23 estudaram, sabemos que 23 – 15 = 8 estudaram e falaram a verdade. Se 32 alunos mentiram e 15 estudaram e mentiram, 32– 15 = 17 são aqueles alunos que não estudaram e mentiram. Assim, o número total de alunos é a soma entre quem estudou e falou mentira, quem estudou e falou verdade e quem não estudou (e, consequentemente, mentiu). Temos 15 + 8 + 17 = 40.

Resposta: B

QUESTÃO 22

Dois triângulos são semelhantes. O perímetro do primeiro é 24m e o do segundo é 72m. Se a área do primeiro for 24 m^2, a área do segundo será

a) 108 m^2 b) 144 m^2 c) 180 m^2 d) 216 m^2 e) 252 m^2

RESOLUÇÃO

1) A razão de semelhança entre o primeiro e o segundo triângulos é $\frac{24}{72} = \frac{1}{3}$

2) A razão entre as áreas é o quadrado da razão de semelhança e, portanto, é $\frac{1}{9}$.

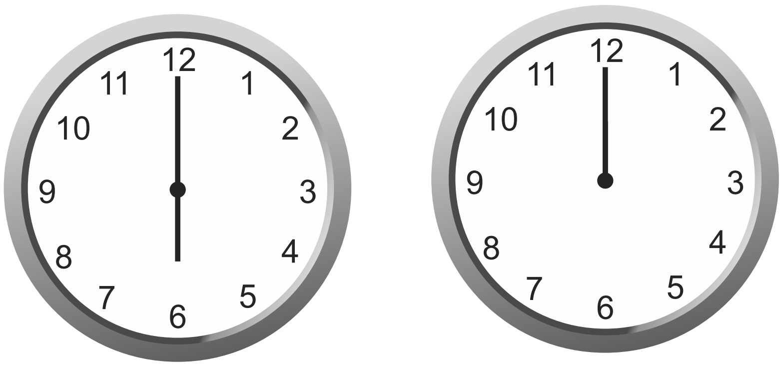
3) Se a área do segundo triângulo, em metros quadrados for S, então:

$$\frac{24}{S} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow S = 216$$

Resposta: D

QUESTÃO 23

Todo relógio analógico tem pelo menos dois ponteiros: um para mostrar a hora e outro mais comprido para mostrar o minuto. Joãozinho percebeu que esses ponteiros às vezes ficam alinhados, opostos ou então sobrepostos, como na figura.



Quantas vezes isto acontece entre as 7 horas da manhã de um dia até as 7 horas da manhã do dia seguinte?

a) 40 b) 44 c) 45 d) 46 e) 47

RESOLUÇÃO

Vamos contar o número de ocorrências em que ficam alinhados, opostos ou então sobrepostos, analisando o que acontece de hora em hora. Vamos olhar os intervalos de tempo a ⊣ b, que significa "depois de *a* e até *b*, inclusive *b*".

Intervalos de 1 h	Número de ocorrências
7 ⊣ 8	2
8 ⊣ 9	2
9 ⊣ 10	2
10 ⊣ 11	2
11 ⊣ 12	2
12 ⊣ 1	1

Intervalos de 1 h	Número de ocorrências
1 ⊣ 2	2
2 ⊣ 3	2
3 ⊣ 4	2
4 ⊣ 5	2
5 ⊣ 6	2
6 ⊣ 7	1

Percebemos que das 7h da manhã às 7h da noite há 22 ocorrências. Logo, das 7h da noite às 7h da manhã do dia seguinte há mais 22 ocorrências. Ou seja, ficam alinhados, opostos ou então sobrepostos, 22 + 22 = 44 vezes.

Resposta: B

QUESTÃO 24

Dado que $\sqrt[3]{2} \approx 1{,}2599$ e $\sqrt[3]{3} \approx 1{,}4422$ um valor aproximado de:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} \text{ é:}$$

a) 0,1921 b) 0,1622 c) 0,1725 d) 0,1524 e) 0,1823

RESOLUÇÃO

$\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2}$, $\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3}$ e $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2}$ **temos que:**

$$\frac{1}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} = \frac{1}{\left(\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2}\right)} \cdot \left(\frac{\left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}\right)}{\left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}\right)}\right) =$$

$$= \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3^3} - \sqrt[3]{2^3}} = \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2} = 1{,}4422 - 1{,}2599 = 0{,}1823$$

Resposta: E

QUESTÃO 25

O valor de:

$$\frac{x^4 - y^4}{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3}, \text{ para } x = 111 \text{ e } y = 112 \text{ é:}$$

a) 223 b) 215 c) 214 d) 1 e) – 1

RESOLUÇÃO

Com $x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 \neq 0$, temos:

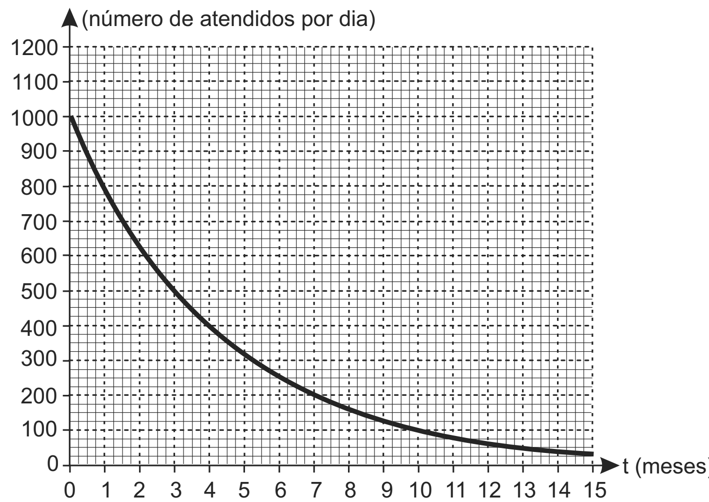
$$\frac{x^4 - y^4}{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3} = \frac{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)}{x^2(x - y) + y^2(x - y)} = \frac{\cancel{(x^2 + y^2)}(x + y)\cancel{(x - y)}}{\cancel{(x - y)}\cancel{(x^2 + y^2)}} = x + y$$

Para x = 111 e y = 112, o valor da expressão x + y = 111 + 112 = 223.

Resposta: A

QUESTÃO 26

O gráfico a seguir representa a quantidade diária de pessoas (q) atendidas em um hospital público com os sintomas de um novo tipo de gripe, a gripe X, em função do tempo (t), em meses, desde que se iniciou um programa de vacinação para este tipo de gripe na cidade do hospital.



A prefeitura da cidade fará uma campanha publicitária com frases que pretendem ressaltar os aspectos positivos da vacinação. Das opções abaixo, aquela que informa corretamente o que o gráfico mostra é

a) "Em um ano de vacinação, a quantidade diária de atendimentos a pessoas com a gripe X caiu de 1.000 para 10!"
b) "A cada três meses, a quantidade de pessoas que chega todos os dias ao hospital com a gripe X cai pela metade!"
c) "O número de atendimentos diários no hospital a pessoas com a gripe X diminui em 400 a cada 4 meses!"
d) "A cada mês, chegam ao hospital 100 pessoas a menos por dia, em relação ao mês anterior, com os sintomas da gripe X."
e) "Entre o 3º e o 6º mês do programa de vacinação, 250 pessoas foram vacinadas contra a gripe X diariamente no hospital."

RESOLUÇÃO

Pelo gráfico

– no início eram atendidos 1000 pessoas com gripe X, por dia.
– três meses depois a quantidade de atendimentos diários passou a ser de 500 pessoas.
– seis meses do início essa quantidade diária passou a ser de 250 pessoas.
– mais três meses reduziu para 125 pessoas por dia e
– um ano depois reduziu para aproximadamente 62 pessoas diárias.

Desta forma, a cada três meses a quantidade de pessoas com gripe X atendidas diariamente se reduz à metade.

Resposta: B

QUESTÃO 27

O número real positivo que supera o seu **inverso** em 2 unidades

a) é inteiro.
b) é menor que 1.
c) é, aproximadamente, igual a 1,4.
d) é maior que 2,4.
e) não existe.

RESOLUÇÃO

Se $x > 0$ for o número procurado, então

$$x = \frac{1}{x} + 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 + 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow$$

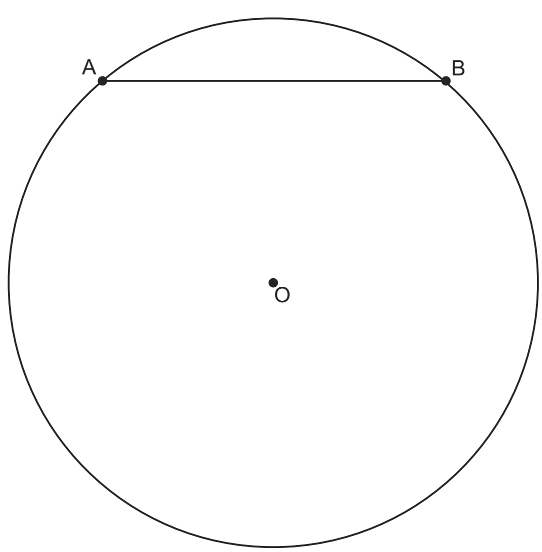
$$\Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2} \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2}\text{, pois } x > 0.$$

Sendo $(1,4)^2 = 1,96 < 2$, concluímos que $\sqrt{2} > 1,4$, e portanto, $1 + \sqrt{2}$ é maior que 2,4.

Resposta: D

QUESTÃO 28

O ponto **O** é o centro da circunferência de raio 10 cm e a corda $\overline{AB}$ mede 16 cm.
A distância do ponto **O** à corda $\overline{AB}$ é igual a:

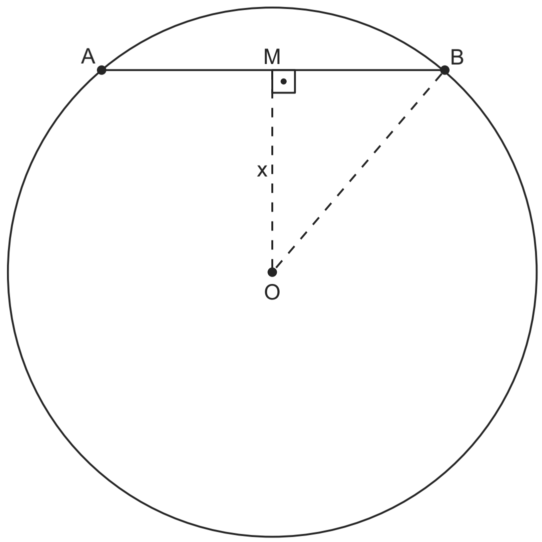


a) 3 cm b) 6 cm c) 7 cm d) 8 cm e) 10 cm

RESOLUÇÃO

A distância do ponto O à corda $\overline{AB}$ é a medida x do segmento $\overline{OM}$, sendo M o ponto médio de $\overline{AB}$. No triângulo OMB retângulo em M, temos:

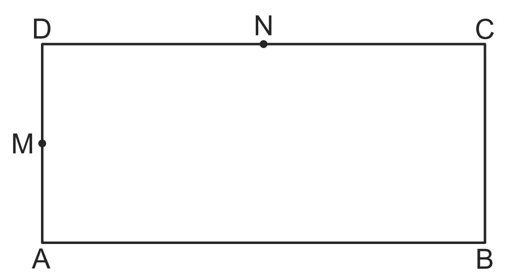
$$MB = \frac{AB}{2} = 8,\ OB = 10 \text{ e } OM = x.$$



Utilizando o Teorema de Pitágoras, conclui-se:
$\mathbf{10^2 = x^2 + 8^2 \Leftrightarrow x^2 = 100 - 64 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = 6}$
Resposta: B

QUESTÃO 29

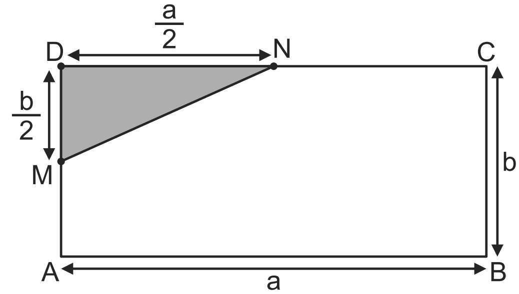
No retângulo ABCD da figura, M é o ponto médio do lado $\overline{AD}$ e N é o ponto médio do lado $\overline{DC}$.



Se a área do retângulo ABCD é 72 cm^2, então a área do triângulo MDN é, em centímetros quadrados,

a) 6. b) 8. c) 9. d) 12. e) 15.

Resolução



I) A área do retângulo ABCD é 72 cm^2 e, portanto, a . b = 72.

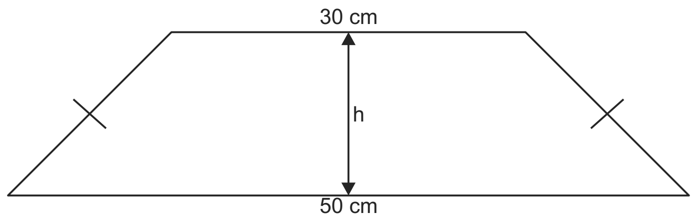
II) A área S do triângulo MDN em centímetros quadrados será:

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{ab}{8} = \frac{72}{8} = 9$$

Resposta: C

QUESTÃO 30

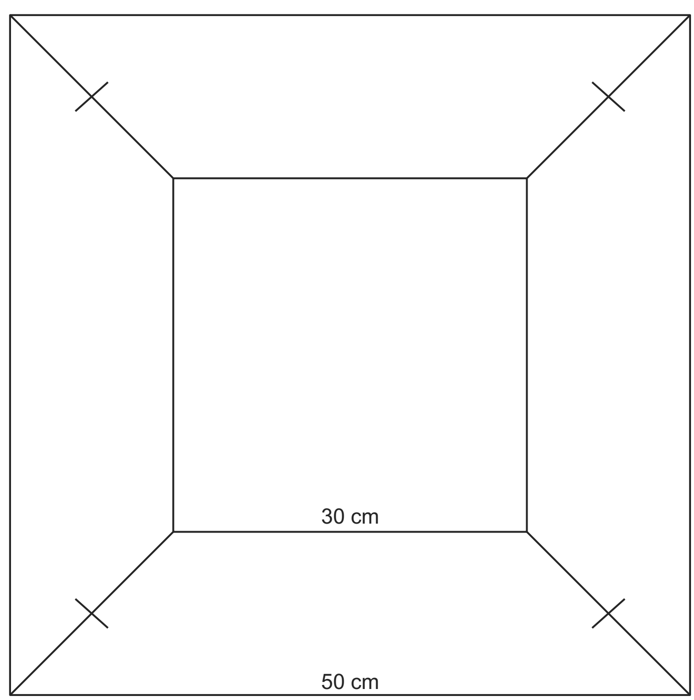
Unindo quatro trapézios iguais de bases 30 cm e 50 cm e lados não paralelos também iguais, como o da figura, podemos formar um quadrado de área 2500 cm^2, com um "buraco" quadrado no meio. Qual é a área de cada trapézio em cm^2 e a altura de cada um em centímetros?



a) 200 e 20 b) 250 e 25 c) 300 d) 400 e 10 e) 450 e 5

RESOLUÇÃO

Unindo os quatro trapézios, formamos um quadrado de lado 50 cm e, portanto, de área 2500 cm^2.



Como o "buraco" quadrado tem lado de 30 cm, sua área é de 30 cm x 30 cm = 900 cm^2.
Logo, a área de cada um dos trapézios é igual a:
$(2500 - 900)\ cm^2 : 4 = 1600\ cm^2 : 4 = 400\ cm^2$

$$A_{trapézio} = \frac{(50 + 30) \cdot h}{2} = 400 \Leftrightarrow 40\,h = 400 \Leftrightarrow \boxed{h = 10}$$

Resposta: D