

Nome: _____ N°: _____

Endereço: _____ Data: _____

Telefone: _____ E-mail: _____



PARA QUEM CURSA O 9.º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM 2016

Disciplina:
MATEMÁTICA

Prova:
DESAFIO

NOTA:

QUESTÃO 16 – ANULADA

(OBM) – Qual dos números a seguir é o maior?

- a) 3^{45}
- b) 9^{20}
- c) 27^{14}
- d) 243^7**
- e) 81^{12}

RESOLUÇÃO

Transformando todos em potências de base 3, teremos:

- a) $3^{45} = 3^{45}$
- b) $9^{20} = (3^2)^{20} = 3^{40}$
- c) $27^{14} = (3^3)^{14} = 3^{42}$
- d) $243^7 = (3^5)^7 = 3^{35}$
- e) $81^{12} = (3^4)^{12} = 3^{48}$

Assim, o maior número é $3^{48} = 81^{12}$

Resposta: E

QUESTÃO 17

Se $a = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ e $b = \sqrt{x} - \sqrt{y}$, calculando $\frac{a+b}{2}$, encontraremos

- a) $\sqrt{2x + 2y}$
- b) $\sqrt[4]{x + y}$
- c) $\sqrt{x + y}$
- d) $x^{\frac{1}{2}}$
- e) $\sqrt[4]{2x + 2y}$

RESOLUÇÃO

Se $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ e $b = \sqrt{x} - \sqrt{y}$, então:

$$\frac{a+b}{2} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y})}{2} = \frac{\cancel{\sqrt{x}} + \cancel{\sqrt{y}} + \sqrt{x} - \cancel{\sqrt{y}}}{2} = \frac{2\sqrt{x}}{2} = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

Resposta: D

QUESTÃO 18

Se x' e x'' são, respectivamente, as raízes positiva e negativa da equação do 2.º grau

$$x^2 + \frac{x}{6} - \frac{1}{6} = 0, \text{ então } x'' : x' \text{ é igual a:}$$

- a) - 1,5
- b) - 3,2
- c) - 2
- d) - 2,5
- e) - 3,5

RESOLUÇÃO

$$x^2 + \frac{x}{6} - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + x - 1 = 0$$

Resolvendo a equação, teremos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{2 \cdot 6}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{12} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 5}{12}$$

$$x' = \frac{-1+5}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \quad \text{e} \quad x'' = \frac{-1-5}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$$

$$x'' : x' = -\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} = -\frac{3}{2} = -1,5$$

Resposta: A

QUESTÃO 19

Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} \frac{2}{3}(x+2) = 5+y \\ x+2 = 3(y-3) \end{cases}$$

Podemos afirmar que:

- a) $y : x = 2$
- b) $x - y = y$
- c) $3 \cdot x = y$
- d) $x + y = 22$
- e) $x : y = -2$

RESOLUÇÃO

Simplificando as duas equações do sistema, temos:

$$1) \frac{2}{3}(x + 2) = 5 + y \Leftrightarrow \frac{2x + 4}{3} = 5 + y \Leftrightarrow 2x + 4 = 15 + 3y \Leftrightarrow 2x - 3y = 11$$

$$2) x + 2 = 3(y - 3) \Leftrightarrow x + 2 = 3y - 9 \Leftrightarrow x - 3y = -11. \text{ Assim, temos:}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ x - 3y = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 3y = -11 \\ x - 3y = -11 \end{cases} \Leftrightarrow -x = -22 \Leftrightarrow x = 22$$

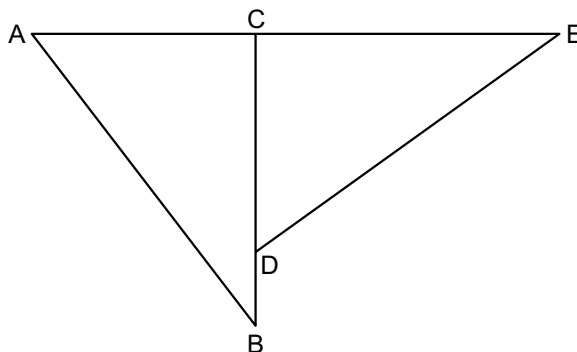
$$\text{Na 2ª equação: } 22 - 3y = -11 \Leftrightarrow -3y = -33 \Leftrightarrow y = 11$$

$$\text{Então } x - y = 22 - 11 = 11 = y.$$

Resposta: B

QUESTÃO 20

Os triângulos ABC e DEC são congruentes. Os lados \overline{DE} , \overline{CE} e \overline{CD} do último medem 5 cm, 4 cm e 3 cm, respectivamente.



O perímetro da figura ABDE mede:

- a) 12 cm
- b) 15 cm
- c) 18 cm
- d) 21 cm
- e) 24 cm

RESOLUÇÃO

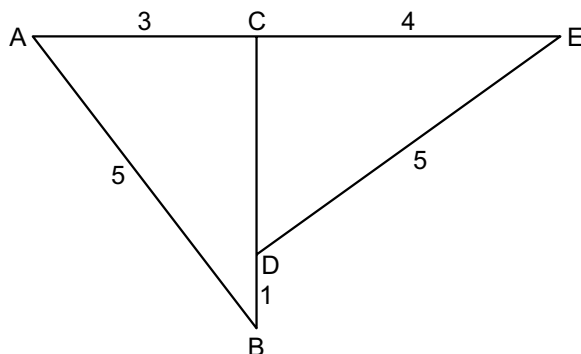
Do enunciado temos que $DE = 5$ cm, $CE = 4$ cm e $CD = 3$ cm. Como o triângulo ABC e DEC são congruentes, resulta:

$$DE = AB = 5 \text{ cm, } CE = CB = 4 \text{ cm e } CD = AC = 3 \text{ cm}$$

Para calcular o perímetro pedido falta encontrar apenas a medida \overline{DB} , que, em cm, é:

$$DB = CB - CD = 4 - 3 = 1$$

Logo o perímetro, em cm, do quadrilátero é igual a $5 + 1 + 5 + 4 + 3 = 18$, conforme a figura a seguir.



Resposta: C

QUESTÃO 21

(UNESP-2016) – O Ministério da Saúde e os estados brasileiros investigaram 3 670 casos suspeitos de microcefalia em todo o país. O boletim de 02 de fevereiro aponta que, desse total, 404 tiveram confirmação de microcefalia ou de outras alterações do sistema central, e outros 709 casos foram descartados. Anteriormente, no boletim de 23 de janeiro, havia 732 casos investigados e classificados como confirmados ou como descartados.

(<https://agencia.fiocruz.br>. Adaptado.)

De acordo com os dados do texto, do boletim de 23 de janeiro para o de 02 de fevereiro, o aumento no número de casos classificados, como confirmados ou como descartados, foi de, aproximadamente,

- a) 52%.
- b) 30%.
- c) 66%.
- d) 48%.
- e) 28%.

Resolução

- 1) O número de casos confirmados ou descartados, em 23 de janeiro, era 732.
- 2) Em 02 de fevereiro o número de casos confirmados ou descartados passou para $404 + 709 = 1113$.

3) $\frac{1113}{732} \cong 1,52$ e, portanto o aumento foi de aproximadamente 52%.

Resposta: A

QUESTÃO 22

(OBM-ADAPTADO) – Um time de futebol ganhou 8 jogos a mais do que perdeu e empatou 3 jogos a menos do que ganhou, em 31 partidas jogadas. O número de partidas que, esse time venceu é representado por um número:

- a) Divisor de 27
- b) Primo
- c) Múltiplo de 2 e 7
- d) Quadrado perfeito
- e) Ímpar e primo

RESOLUÇÃO

Se n o número de partidas que o time venceu, então perdeu $n - 8$ e empatou $n - 3$.

Assim:

$$n + n - 8 + n - 3 = 31 \Leftrightarrow 3n - 11 = 31 \Leftrightarrow 3n = 42 \Leftrightarrow n = 14$$

Assim, o time venceu 14 jogos e 14 é múltiplo de 2 e 7.

Resposta: C

QUESTÃO 23

João pediu Maria em casamento. Indecisa, Maria pediu tempo para pensar.

Disse João: “Há 20 anos, quando eu tinha o triplo da idade que tu tens agora, eu podia esperar. Hoje porém, tenha o quádruplo da tua idade e muita pressa para casar”.

A soma das idades atuais de João e Maria é:

- a) 75 anos
- b) 80 anos
- c) 85 anos
- d) 100 anos
- e) 105 anos

RESOLUÇÃO

Se x for a idade atual de João e y a idade atual de Maria, então $x - 20$ é a idade que João tinha 20 anos atrás e $3y$ é o triplo da idade atual de Maria. Assim:

$$\begin{cases} x - 20 = 3y \\ x = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y - 20 = 3y \\ x = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 \\ x = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 \\ x = 80 \end{cases} \Rightarrow x + y = 100$$

Observe que há 20 anos Maria era recém-nascida.

Resposta: D

QUESTÃO 24

(FEBA) – Sabendo que $a + b = ab = 10$, então o valor de $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ é:

- a) 2
- b) 4
- c) 8
- d) 16
- e) 20

RESOLUÇÃO

Se $a + b = 10$ e $ab = 10$, então:

$(a + b)^2 = 10^2$. Desenvolvendo o produto notável, temos:

$$a^2 + 2ab + b^2 = 100 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 100 - 2ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 100 - 2 \cdot 10 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 80$$

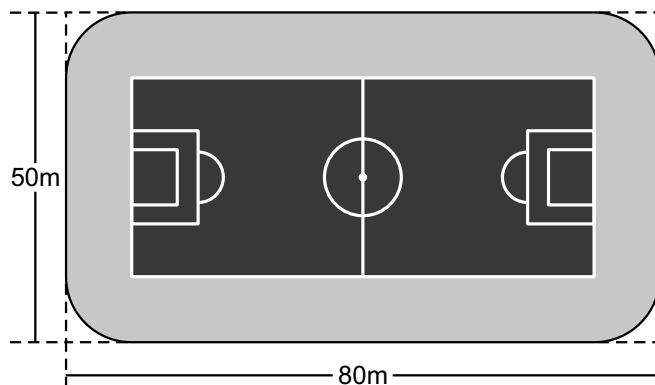
Calculando a expressão $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$, temos:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{80}{10} = 8$$

Resposta: C

QUESTÃO 25

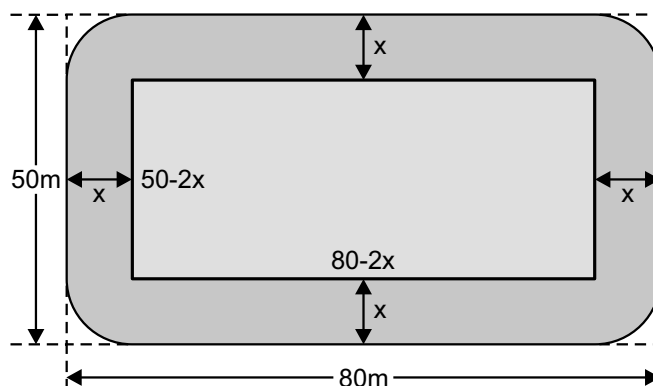
Num terreno retangular de 50 m por 80 m, será construída uma quadra poliesportiva. A área dessa quadra é de 2800 m². Ao seu redor, será construída uma pista de corrida de largura constante. Essa largura deverá ser de:



- a) 7m
- b) 6m
- c) 5m
- d) 4m
- e) 3m

RESOLUÇÃO

Se x a largura constante da pista de corrida em metros, então $80 - 2x$ e $50 - 2x$ serão as dimensões da quadra poliesportiva retangular, conforme a figura:



$$(50 - 2x)(80 - 2x) = 2800 \Leftrightarrow 4000 - 100x - 160x + 4x^2 - 2800 = 0 \Leftrightarrow$$

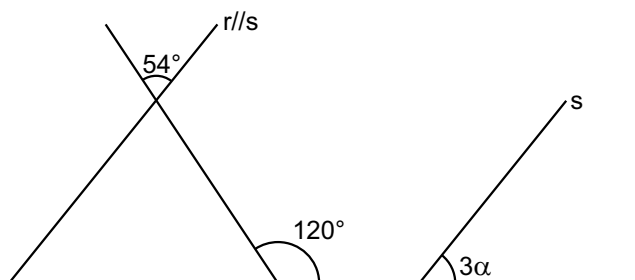
$$\Leftrightarrow 4x^2 - 260x + 1200 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 65x + 300 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{65 \pm \sqrt{65^2 - 4 \cdot 1 \cdot 300}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{65 \pm \sqrt{3025}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{65 \pm 55}{2} \Leftrightarrow x = 60 \text{ ou } x = 5 \Rightarrow x = 5, \text{ pois } x < 50$$

Resposta: C

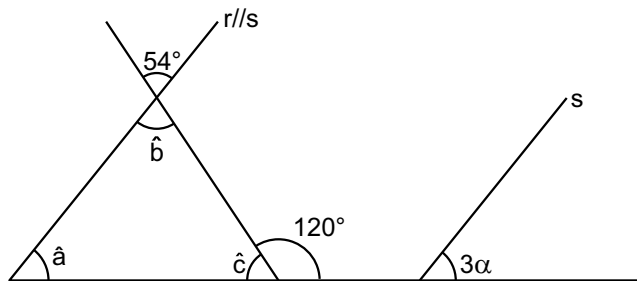
QUESTÃO 26

Se $r \parallel s$, então $\hat{\alpha}$ vale:



- a) 40°
- b) 32°
- c) 30°
- d) 25°
- e) 22°

RESOLUÇÃO



Se $r//s$, então \hat{a} e 3α são ângulos correspondentes, assim $\hat{a} = 3\alpha$

$\hat{c} = 180^\circ - 120^\circ \Rightarrow \hat{c} = 60^\circ$, pois \hat{c} e 120° são ângulos suplementares. Os ângulos \hat{b} e 54° são tais que $\hat{b} = 54^\circ$.

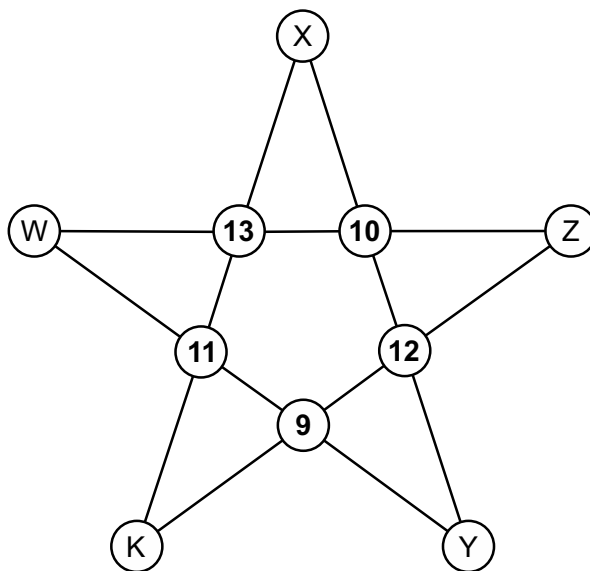
Se a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , temos:

$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180 \Leftrightarrow 3\alpha + 54^\circ + 60^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow 3\alpha = 66^\circ \Leftrightarrow \alpha = 22^\circ$$

Resposta: E

QUESTÃO 27

(FUNCAB) – Complete os círculos com os algarismos 1, 3, 4, 5 e 7, de modo que se obtenha a soma mágica 30 em todas as linhas da estrela abaixo.



Depois de completados os círculos, calcule a soma de $Y + Z + W$ para o maior Y possível.

- a) 14
- b) 15
- c) 16
- d) 18
- e) 19

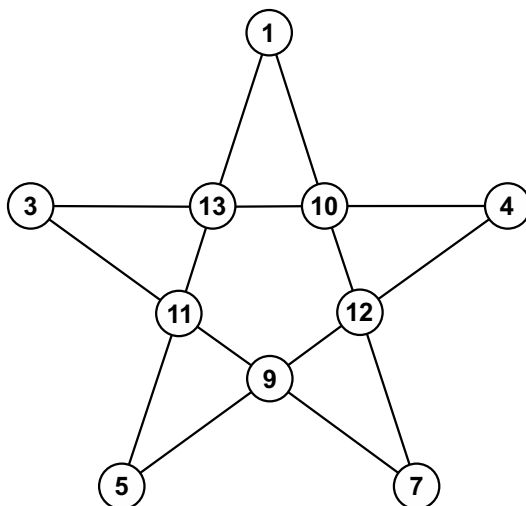
RESOLUÇÃO

1) Na linha descendente direita, temos:

$X + 10 + 12 + Y = 30 \Rightarrow X + Y = 8$. Como Y deverá ter o maior valor possível, com os valores dados, devemos ter:

$$X = 1 \text{ e } Y = 7$$

2) Respeitando a soma 30 nas demais linhas, os valores de K , Z e W ficam determinados como na figura:



3) Assim, $K = 5$, $Z = 4$ e $W = 3$

$$\text{Desta forma, } Y + Z + W = 7 + 4 + 3 = 14$$

Resposta: A

QUESTÃO 28

Qual o valor de $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$?

- a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ b) $\left(\frac{5}{4}\right)^2$ c) $\sqrt{\frac{64}{36}}$ d) $\sqrt{\frac{64}{25}}$ e) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$

RESOLUÇÃO

Resolvida a expressão numérica, temos que:

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{2+1}{2}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}} =$$

$$= 1 + \frac{1}{1 + \left(1 : \frac{3}{2}\right)} = 1 + \frac{1}{1 + \left(1 \cdot \frac{2}{3}\right)} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{3+2}{3}} =$$

$$= 1 + \left(1 : \frac{5}{3}\right) = 1 + \left(1 \cdot \frac{3}{5}\right) = 1 + \frac{3}{5} = \frac{5+3}{5} = \frac{8}{5} = \sqrt{\frac{64}{25}}$$

Resposta: D

QUESTÃO 29

Num torneio de perguntas e respostas, a pontuação de cada resposta é dada de acordo com o quadro abaixo:

Questões	
Resposta certa	Resposta errada
10 pontos	- 5 pontos

Uma equipe, depois de responder a vinte perguntas, ficou com 80 pontos. Se chamarmos de C a quantidade de respostas certas e de E a quantidade de respostas erradas, a expressão $C^2 \div E^2$ é igual a:

- a) 3,75
b) 2,25
c) 2,15
d) 1,75
e) 1,50

RESOLUÇÃO

Montando-se o sistema de equação, temos:

$$\begin{cases} C + E = 20 \\ 10C - 5E = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 20 - E \\ 10(20 - E) - 5E = 80 \end{cases} \Leftrightarrow 200 - 10E - 5E = 80 \Leftrightarrow -15E = -120 \Leftrightarrow E = 8$$

Se $C = 20 - E$ então $C = 20 - 8 \Leftrightarrow C = 12$

$$\text{Logo } C^2: E^2 = \frac{12^2}{8^2} = \frac{144}{64} = 2,25$$

Resposta: B

QUESTÃO 30

(OBM) – Numa sala completa, quando a professora perguntou se os alunos tinham estudado para a prova, vários alunos disseram que sim e os 15 restantes disseram que não. Quem não estuda sempre mente, quem estuda às vezes mente, às vezes diz a verdade. Se 23 alunos estudaram para a prova e 32 mentiram, quantos alunos tem a sala?

- a) 38
- b) 40
- c) 42
- d) 44
- e) 55

RESOLUÇÃO

Como quem não estudou sempre mente e diz que estudou, sabemos que todos que disseram que não estudaram estavam mentido e na verdade estudaram

Dessa forma 15 alunos estudaram e falaram mentiram.

Como 23 estudaram, então $23 - 15 = 8$ estudaram e falaram a verdade, apenas estes 8 falaram a verdade.

Se 32 alunos mentiram e apenas 8 falaram a verdade o total de alunos é $32 + 8 = 40$.

Resposta: B